

**Debreceni Egyetem  
Természettudományi és Technológiai Kar  
Matematikai Intézet**

# **OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK**

**OSZTATLAN  
MATEMATIKATANÁR  
SZAK**

(2013 és 2014 kezdéssel)

## **Matematikatanár szak**

A szak megnevezése: *matematikatanár (Teacher of Mathematics)*

Szakfelelős: *Dr. Gaál István egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: *mesterfokozat (MA)*

Szakképzettség: *matematikatanár (Teacher of Mathematics)*

### **Képesítési követelmények**

A szakon az oklevél megszerzésének általános követelményeit a DE Tanulmányi és Vizsgaszabályzata tartalmazza.

1. A matematikatanár szak követelményei:

- közös képzési szakasz tárgyai
- középiskolai vagy általános iskolai tanár szak önálló képzési szakasz tárgyai

2. A másik szakra vonatkozó követelmények

3. A tanárszakra vonatkozó közös követelmények (pl. pedagógia-pszichológia tárgyak, tanítási gyakorlat, portfólió, stb.)

4. Államilag elismert legalább középfokú C típusú nyelvvizsga

5. Testnevelési követelmények

## Osztatlan matematikatanár szak ajánlott háló

Közös képzési szakasz tárgyai (általános iskolai és középiskolai tanár szak esetén)

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
			Elmélet	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMOE0301	Trig. és koordináta geometria	2	2			K	TMOG0301(p)	1
TMOG0301	Trig. és koordináta geometria	2		2		Gy		1
TMOE0201	Halmazok és függvények	2	2			K	TMOG0201(p)	1
TMOG0201	Halmazok és függvények	2		2		Gy		1
TMOE0101	Algebrai alapismeretek	2	2			K	TMOG0101(p)	1
TMOG0101	Algebrai alapismeretek	2		2		Gy		1
TMOE0102	Lineáris algebra I.	2	2			K	TMOE0101, TMOG0102(p)	2
TMOG0102	Lineáris algebra I.	2		2		Gy	TMOE0101	2
TMOE0202	Bevezetés az analízisbe	4	3			K	TMOE0201, TMOG0202(p)	2
TMOG0202	Bevezetés az analízisbe	2		2		Gy	TMOE0201	2
TMOG0602	Az informatika alapjai	3			3	Gy		1
TMOE0103	Bev. az alg. és számelméletbe	3	2			K	TMOE0101, TMOG0103(p)	2
TMOG0103	Bev. az alg. és számelméletbe	2		2		Gy	TMOE0101	2
TMOE0104	Számelmélet I.	3	2			K	TMOE0103, TMOG0104(p)	3
TMOG0104	Számelmélet I.	2		2		Gy	TMOE0103	3
TMOE0203	Diff. és integrálszámítás	4	3			K	TMOE0202, TMOG0203(p)	3
TMOG0203	Diff. és integrálszámítás	3		3		Gy	TMOE0202	3
TMOE0302	Geometria I.	2	2			K	TMOE0301, TMOG0302(p)	4
TMOG0302	Geometria I.	2		2		Gy	TMOE0301	4
TMOE0303	Geometria II.	2	2			K	TMOE0102, TMOE0302, TMOG0303(p)	5
TMOG0303	Geometria II.	2		2		Gy	TMOE0102, TMOE0302	5
TMOE0601	Halmazelmélet és mat. logika	3	2			K	TMOE0201, TMOG0601(p)	5
TMOG0601	Halmazelmélet és mat. logika	2		2		Gy	TMOE0201	5
TMOE0404	Bev. a valószínűség számításba	3	2			K	TMOE0203, TMOG0404(p)	4
TMOG0404	Bev. a valószínűség számításba	2		2		Gy	TMOE0203	4
TMOG0405	A statisztika alapjai	2		2		Gy	TMOE0404	5
TMOE0603	A matematika története	2	2			K		6
TMOG0501	Elemi mat. (algebra, számelm.)	2		2		Gy	TMOE0104	4
TMOG0502	Elemi mat. (analízis)	2		2		Gy	TMOE0203	4
TMOG0503	Elemi mat. (geometria)	2		2		Gy	TMOE0303	6
TMOG0506	Problémamegoldó szeminárium	3		3		Gy	TMOE0504	6
TMOE0504	Matematika szakmódszertan 1.	2	2			K	TMOE0103, TMOE0202, TMOE0302	5
TMOG0505	Matematika szakmódszertan 2.	2		2		Gy	TMOE0504	6

### Középiskolai tanár szak önálló képzési szakasz tárgyai

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
			Elmélet	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMOE0113	Algebra	3	3			K	TMOE0103, TMOG0113(p)	9
TMOG0113	Algebra	2		2		Gy	TMOE0103	9
TMOE0112	Számelmélet II.	4	2	1		K	TMOE0104, TMOE0113	10
TMOE0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	4	3			K	TMOE0203, TMBG0204(p)	8
TMOG0204	Többvált. fv. diff- és intsám.	3		3		Gy	TMOE0203	8
TMOE0211	Alk. és komplex analízis, diffegy.	2	2			K	TMOE0204, TMOG0211(p)	10
TMOG0211	Alk. és komplex analízis, diffegy.	2		2		Gy	TMOE0204	10
TMOE0351	Bev. a projektív geometriába	3	2			K	TMOG0351(p)	7
TMOG0351	Bev. a projektív geometriába	2		2		Gy		7
TMOE0307	Geometriák és modelljeik	3	2			K	TMOE0303, TMOG0307(p)	8
TMOG0307	Geometriák és modelljeik	2		2		Gy	TMOE0303	8
TMOE0305	Differenciálgeometria	3	2			K	TMOE0102, TMOE0204, TMOG0305(p)	9
TMOG0305	Differenciálgeometria	2		2		Gy	TMOE0102, TMOE0204	9
TMOE0108	Kombinatorika	3	3			K	TMOG0108(p)	7
TMOG0108	Kombinatorika	2		2		Gy		7
TMOE0413	Alk. valószínűségszámítás	3	2			K	TMOE0404	10
TMOG0507	Középiskolai versenyfeladatok	3		3		Gy	TMOG0506	9
TMOG0508	Matematikatanítás a középisk. 1.	2		2		Gy	TMOG0505	7
TMOG0509	Matematikatanítás a középisk. 2.	2		2		Gy	TMOG0508	8
TMOS0551	Középisk. mattan. zárószigorlat	1				Sz	*	10

### Általános iskolai tanár szak önálló képzési szakasz tárgyai

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám			Számmonkérés	Előfeltételek	Javasolt félév
			Elmélet	Gyakorlat				
				Tant.	Lab.			
TMOE0114	Fejezetek az alg. és komb.	3	2			K	TMOE0104, TMOG0114(p)	7
TMOG0114	Fejezetek az alg. és komb.	2		2		Gy	TMOE0104	7
TMOE0212	Fejezetek a klasszikus analízisből	3	2			K	TMOE0203, TMOG0212(p)	8
TMOG0212	Fejezetek a klasszikus analízisből	2		2		Gy	TMOE0203	8
TMOE0307	Geometriák és modelljeik	3	2			K	TMOE0303, TMOG0307(p)	8
TMOG0307	Geometriák és modelljeik	2		2		Gy	TMOE0303	8
TMOG0510	Ált. iskolai versenyfeladatok	3		3		Gy	TMOG0506	7
TMOG0511	Matematikatanítás az ált. isk. 1.	2		2		Gy	TMOG0505	7
TMOG0512	Matematikatanítás az ált. isk. 2.	2		2		Gy	TMOG0511	8
TMOS0552	Ált. isk. mattan. zárószigorlat	1				Sz	*	8

A javasolt félévek tájékoztató jellegűek, a hallgató a kétszakos órarendjétől függően, az előfeltételek betartásával az egyes tárgyakat egy évvel korábban vagy később is felveheti.

A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet.

\*: A zárószigorlat az összes szakmai kredit teljesítését követően tehető le.

A Matematikai Intézet az osztatlan matematikatanár szakosok számára 2 kredites szabadon választható szakmai tárgyakat is meghirdet. Ezek között szerepel rendszeresen hirdetett kurzus, pl. a Bevezetés a matematikai programcsomagok használatába (TMOG0604, 0+2 óra, 2 kredit)▼, valamint eseti jelleggel hirdetett, például vendégoktató által tartott kurzusok is.

▼: A matematika-informatika szakpár esetén ez a tárgy informatika szakos kóddal a középiskolai képzési szakaszon előírt szakmai blokkba tartozik, így szabadon választhatóként ebben a formában nem vehető fel.

# Tantárgyi tematikák

## **Közös képzési szakasz:**

(általános iskolai és középiskolai tanárszakon is teljesítendő tárgyak)

### **TMOE0301, TMOG0301**

**A tantárgy neve: Trigonometria és koordináta geometria**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

A szögfüggvények geometriai értelmezése és alapvető tulajdonságai. Addíciós tételek. A szinusz- és tangenstétel. Trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek. A vektor fogalma. Műveletek vektorokkal, műveleti tulajdonságok. Lineáris függőség, függetlenség, bázis, koordináták, osztóviszony, baricentrikus koordináták. Súlyozott pontrendszerek. A vektorok skaláris szorzása, a koszinusztétel. Vektorok vektoriális és vegyes szorzata. Sík- és térbeli egyenesek paraméteres előállításai és egyenletei. Körök és gömbök egyenletei. Az ellipszis, hiperbola és parabola értelmezése és egyenletei. Polárkoordináták, kúpszeletek fokális egyenlete.

#### **Irodalom:**

Pogács Ferenc: Vektorok, koordináta geometria, trigonometria, Typotex, Budapest, 1998.

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

V. T. Baziljev, K. I. Dunyicsev, V. P. Ivanyickaja: Geometria I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.

### **TMOE0201, TMOG0201**

**A tantárgy neve: Halmazok és függvények**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

Halmazelméleti alapok. Relációk. Ekvivalencia-, rendezési és függvény reláció. Alapvető fogalmak parciálisan rendezett halmazokban, Tarski fixponttétele. Halmazok számossága, Cantor tétele és a Schröder-Bernstein-tétel. A valós számok axiómarendszere, fontosabb következmények. A valós számok nevezetes részhalmazai: természetes számok, egész számok, racionális számok és irracionális számok. A valós számok meghatározottsági tulajdonsága. Az  $n$ -edik gyök létezése és egyértelműsége,  $p$ -adikus törtek. Nevezetes egyenlőtlenségek. A komplex számok teste. Számhalmazok számossága.

#### **Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2000.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Székelyhidi László: Halmazok és függvények, Palotadoktor Bt., 2008.

### **TMOE0101, TMOG0101**

**A tantárgy neve: Algebrai alapismeretek**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

Elemi algebrai azonosságok: két tag összegének (különbségének) négyzete, köbe. Az  $n$ -edik hatványok különbségének szorzattá alakítása. A racionális kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai (bizonyításokkal együtt). Műveletek és tulajdonságaik. Relációk és tulajdonságaik. Egész számok oszthatósága, prímszám, összetett szám, prímtenyezős alak, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Polinomok és racionális törtfüggvények, parciális törtekre bontás. Polinomok osztása. Többszörös gyökök, gyöktényezős alak. Másodfokú egyenlet gyöktényezős alakja. Egyenletek megoldásai. Speciális harmad- és negyedfokú egyenletek. Abszolútértékes egyenletek. Gyökös egyenletek. Két- és háromismeretlenes egyenletrendszerek.

#### **Irodalom:**

Szendrei János: Algebra és számelmélet, Tankönyvkiadó, 1978.

Matematika speciális tantervű osztályok részére III.-IV. évfolyam, Tankönyvkiadó.

Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából, Tankönyvkiadó.

Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

### **TMOE0102, TMOG0102**

**A tantárgy neve: Lineáris algebra I.**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Algebrai alapismeretek**

Vektortér, bázis, dimenzió, alterek. Faktortér, direkt összeg. Lineáris leképezések, transzformációk, mátrixuk. Képtér, magtér. Determináns, kifejtési tétel. A mátrixok algebrája, invertálhatóság, rang. Lineáris egyenletrendszerek, megoldhatóság, Cramer-szabály. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom.

#### **Irodalom:**

Gaál István, Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.

Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.

Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

## **TMOE0202, TMOG0202**

**A tantárgy neve: Bevezetés az analízisbe**

**3+2 óra, 6 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Halmazok és függvények**

Valós számsorozatok konvergenciája. Konvergencia, korlátosság és monotonitás kapcsolata. A Bolzano-Weierstrass-tétel és a Cauchy-féle konvergenciakritérium. Konvergencia és műveletek, határérték és rendezés kapcsolata. Nevezetes sorozatok, az Euler-féle szám. Sorozat torlódási pontja, alsó és felső határértéke. Alkalmazások. Komplex számsorozatok konvergenciája. Bolzano-Weierstrass-tétel, Cauchy-kritérium komplex sorozatokra. Konvergencia és műveletek kapcsolata. Komplex számsorok, abszolút és feltételes konvergencia. Sorösszegzés és műveletek, csoportosított és átrendezett sorok. Riemann tétele. Komplex mértani sor, az összehasonlító, gyök- és hányadoseszt. Abel-féle formula, Dirichlet, Leibniz és Abel tételei. Cauchy-féle szorzatsor, Mertens-tétel. Függvénysorozatok és függvény sorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes konvergencia Cauchy-féle kritériuma és Weierstrass-féle elegendő feltétele. Hatványsorok, a Cauchy-Hadamard-tétel. Elemi függvények és addíciós tételeik. Metrikus terek, normált terek, Banach-terek, euklideszi terek. Alapfogalmak metrikus terekben. Ekvivalens metrikák és ekvivalens normák. A kompaktság Hausdorff-féle jellemzése. Euklideszi terek speciális normái. A Bolzano-Weierstrass-tétel és a Heine-Borel-tétel. Folytonosság és átviteli elv metrikus terekben. Folytonosság és műveletek, összetett függvény folytonossága. Kompaktság és folytonosság, összefüggőség és folytonosság kapcsolata. Folytonos bijekciók kompakt halmazon. Egyenletes folytonosság és jellemzése.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2000.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Székelyhidi László: Bevezetés az analízisbe, Palotadoktor Bt., 2009.

## **TMOG0602**

**A tantárgy neve: Az informatika alapjai**

**0+3 óra, 3 kredit, Gy**

**Előfeltétele: nincs**

A számítógéppel kapcsolatos alapfogalmak felhasználók számára. Szövegszerkesztés a gyakorlatban, az internet használata, matematikai programcsomagok kezelése. Szimbolikus számítások elvégzése a Maple programcsomaggal.

Irodalom:

Racsó Péter: Bevezetés a számítástechnikába, Számalk Kiadó, 1992.

Molnárka Győző, Gergő Lajos, Wettl Ferenc, Horváth András, Kallós Gábor: A Maple V és alkalmazásai, Springer Hungarica Kiadó Kft., 1996.

## **TMOE0103, TMOG0103**

**A tantárgy neve: Bevezetés az algebra és számelméletbe**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Algebrai alapismeretek**

Természetes számok, egész számok, racionális számok. Rendezés. Komplex számok, egységgyökök. Harmad- és negyedfokú egyenletek megoldása. Polinomok gyökei. Az algebra alaptétele. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció a komplex test feletti polinomgyűrűben. Irreducibilis polinomok a racionális, valós és komplex együtthatós polinomok gyűrűjében. Az oszthatóság és tulajdonságai a komplex test feletti polinomgyűrűben. Műveletek, műveletek tulajdonságai, alapvető algebrai struktúrák, példák, alkalmazások. Gyűrű feletti polinomgyűrűk. Többhatározatlanú polinomok gyűrűje, szimmetrikus polinomok. Hányadoseszt. Test feletti racionális függvénytest.

Irodalom:

Szendrei János: Algebra és számelmélet, Tankönyvkiadó, 1978.

Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, Polygon, 1994.

Turjányi Sándor: Algebra és számelmélet előadásjegyzet (nyomatott egyetemi segédanyag).

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó.

D. K. Fagyjev, I. Sz. Szominszkij: Felsőfokú algebrai példatár, Typotex, 2000.

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Typotex, 2007.

## **TMOE0104, TMOG0104**

**A tantárgy neve: Számelmélet I.**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Bevezetés az algebra és számelméletbe**

Lineáris kongruenciák, kongruenciarendszerek és lineáris diofantikus egyenletek. Euler-Fermat-tétel. Klasszikus kongruencia tételek. Számelméleti függvények. Elemi prímszámelmélet, prímek száma, prímek reciprokainak összege. Irracionális és racionális számok kapcsolata, algebrai és transzcendens számok, nevezetes számelméleti problémák.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, 1996.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó.

### **TMOE0203, TMOG0203**

**A tantárgy neve: Differenciál- és integrálszámítás**

**3+3 óra, 7 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Bevezetés az analízisbe**

Függvények határértéke, átviteli elv. Cauchy-kritériumok, határérték és műveletek, határérték és rendezés. Határérték és egyenletes konvergencia, folytonosság és egyenletes konvergencia kapcsolata, Dini tétele. Jobb- és baloldali határérték, szakadási helyek, elsőfajú szakadási helyek osztályozása, monoton függvények határérték tulajdonságai. Nevezetes határértékek, a  $\pi$  bevezetése. Elemi függvényekből származó függvények. Differenciálhatóság és lineáris approximálhatóság. Differenciálhatóság és folytonosság, differenciálhatóság és műveletek, lánc-szabály és az inverzfüggvény differenciálhatósága. Lokális szélsőérték, Fermat-elv. A Rolle-, Lagrange-, Cauchy- és Darboux-féle középértéktétel. L'Hospital-szabályok. Többszöri differenciálhatóság, Taylor-tétel, monotonitás és differenciálhatóság, szélsőérték magasabbrendű feltétele. Konvex függvények. Primitív függvény fogalma, alapintegrálok, integrálási szabályok. Riemann-integrál és integrálhatósági kritériumok, az integrál tulajdonságai és integrálási módszerek. Az integrálható függvények főbb osztályai. Egyenlőtlenségek, középértéktételek Riemann-integrálra. A Newton-Leibniz-tétel és a felsőhatár-függvény tulajdonságai. A Riemann-integrálhatóság és az egyenletes konvergencia kapcsolata. A Lebesgue-kritérium. Improprius Riemann-integrál és kritériumai.

#### **Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I.–II., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis II., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, 2003.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, 1990.

Makai Imre: Differenciál- és integrálszámítás, Tankönyvkiadó, 1992.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Szász Pál: A differenciál- és integrálszámítás elemei I., Typotex Kiadó, 2000.

Székelyhidi László: Differenciál- és integrálszámítás, Palotadoktor Bt., 2009.

### **TMOE0302, TMOG0302**

**A tantárgy neve: Geometria I.**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Trigonometria és koordinátageometria**

Tételek kölcsönös helyzete, párhuzamossága, távolság- és szögmérés. Sokszögek belső szögeinek összege. Háromszögek egybevágósága. A párhuzamos szelők tételei, háromszögek hasonlósága. Egybevágósági transzformációk: eltolás, forgatás. Az irányítás szemléletes fogalma a síkon. Az egybevágóság és a hasonlóság általános fogalma: izometriák és hasonlósági transzformációk. Az euklideszi sík izometriacsoportja. A tétizometriák áttekintése. Hasonlósági transzformációk síkban és térben. A területmérés axiómái. Jordan-mérték. A kör és részeinek területe. Hasonló alakzatok területe. Elemi kerületfogalom. A körív hossza. A térfogatmérés axiómái – a Cavalieri elv. Hasáb és henger. Gúla és kúp. A gömb és részeinek térfogata. Hasonló alakzatok térfogata. Elemi felszínfogalom. A gömb és részeinek felszíne. A gömbi geometria elemei. Gömbháromszögtan. A gömb szögártó leképezése a síkra: a sztereografikus projekció. Gömbre és körre vonatkozó inverzió. Pont körre és gömbre vonatkozó hatvány. Hatványvonal és hatványsík. Euklideszi szerkesztések. Nevezetes szerkesztések. Kúpszeletek definíciója, geometriai tulajdonságaik. Származtatásuk a forgáskúp síkmetszeteként.

#### **Irodalom:**

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

H. S. M. Coxeter: A geometriák alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973.

Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.

Szilasi József: Geometria I., KLTE TTK, Debrecen, 1990.

### **TMOE0303, TMOG0303**

**A tantárgy neve: Geometria II.**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Lineáris algebra I., Geometria I.**

Geometriai alakzatok implicit és paraméteres megadása: görbék, felületek. Néhány felülettípus: vonalfelületek, forgásfelületek, másodrendű felületek. Sík, henger, forgáskúp és gömb. Kombinatorikus, diszkrét és konvex geometria. Konvex halmaz, konvex burok. Poliéderek szemléletes fogalma. Konvex poliéderek. Euler-tétel. Szabályos sokszögek és szabályos konvex poliéderek. Affin geometria. Az affin párhuzamossági axióma. Desargues-tételek. Affin transzformációk. Síkbeli affinitások, tengelyes affinitás. Síkbeli affinitás megadása. Az affin leképezések alaptétele. Fixponttételek. Az affin transzformációk osztályozása a síkon. A projektív sík vektortér modellje. Projektív transzformációk. Projektív Desargues és Pappos tétel. Párhuzamos és centrális vetítés. Az affin sík/tér projektív lezárása. Perspektivitások és projektivitások.

#### **Irodalom:**

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

Radó Ferenc, Orbán Béla: A geometria mai szemmel, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1981.

M. Berger: Geometry I-II, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

M. Audin: Geometry, Springer-Verlag, Berlin, 2003.



### **TMOE0601, TMOG0601**

**A tantárgy neve: Halmazelmélet és matematikai logika**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Halmazok és függvények**

Halmazok megadása, halmazműveletek, hatványhalmaz. Halmazok ekvivalenciája. Számosságok és összehasonlításuk, műveletek számosságokkal. Rendezett halmazok, hasonlóság, rendtípus, jólrendezett halmazok. Kiválasztási axióma. Transzfinit indukció és rekurzió. Rendszámok és összehasonlításuk. Logikai műveletek, az ítéletkalkulus formulái, igazságfüggvényük. Konjunktív és diszjunktív normálforma. Boole-függvények. Levezetések. Az ítéletkalkulus teljességi tétele. Kompaktsági tétel. Elsőrendű nyelvek és struktúrák. A predikátumkalkulus kifejezései és formulái. Levezetések. A predikátumkalkulus ellentmondás mentessége.

Irodalom:

Dragálin Albert, Búzasi Szvetlana: Bevezetés a matematikai logikába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1996.

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1994.

P. R. Halmos: Elemi halmazelmélet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.

### **TMOE0404, TMOG0404**

**A tantárgy neve: Bevezetés a valószínűségszámításba**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Elemi valószínűségszámítás, a diszkrét modell. Eseményalgebra. Klasszikus valószínűségi mező, kombinatorikus és geometriai valószínűség. Feltételes valószínűség, események függetlensége. Valószínűségi változók, eloszlások, sűrűségfüggvény. Várható érték, szórás. Nevezetes eloszlások. A nagy számok törvénye, egyszerű véletlen minta határeloszlása. Bolyongási problémák.

Irodalom:

W. Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Fazekas István: Valószínűségszámítás, Debreceni Egyetemi Kiadó, 2009.

Solt György: Valószínűségszámítás példatár, Műszaki Könyvkiadó, 1979.

### **TMOG0405**

**A tantárgy neve: A statisztika alapjai**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Bevezetés a valószínűségszámításba**

Statisztikai mintavétel, statisztikai alapfogalmak: átlag, szórás, medián, kvantilis. Nevezetes abszolút folytonos eloszlások, rendezett minták. Minta, nevezetes statisztikák. Becslések és tulajdonságaik. A hipotézisvizsgálat elemei. Statisztikai következtetés, első- és másodfajú hiba. Nevezetes statisztikai eljárások. Kísérletek tervezése és kiértékelése.

Irodalom:

Bevezetés a matematikai statisztikába (szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.

Lukács Ottó: Matematikai statisztika, Műszaki Kiadó, 1987.

Keresztély Tibor, Sugár András, Szarvas Beatrix: Statisztika közgazdászoknak, Példatár és feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2005.

### **TMOE0603**

**A tantárgy neve: A matematika története**

**2+0 óra, 2 kredit, K**

**Előfeltétele: nincs**

A matematika alapjainak lerakása. Az ókori Egyiptom, Babilónia és Görögország matematikája, a matematika első axiomatikus felépítése (Euklidesz: Elemek). Kínai és indiai matematika. Európai matematika a középkortól. A magyar matematika története, Bolyai és az Appendix. A matematika főbb ágainak kialakulása, fejlődése és differenciálódása: geometria, analízis, algebra, számelmélet, valószínűségszámítás, kombinatorika.

Irodalom:

B. L. van der Waerden: Egy tudomány ébredése, Gondolat, 1977.

Sain Márton: Nincs királyi út!, Gondolat, 1986.

### **TMOG0501**

**A tantárgy neve: Elemi matematika (algebra és számelmélet)**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Számelmélet I.**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő algebrai, számelméleti témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és a felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása, elemzése.

Irodalom:

Geröcs László, Orosz Gyula, Paróczay József, Szászné Simon Judit: Matematika Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.

**TMOG0502****A tantárgy neve: Elemi matematika (analízis)****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő függvénytani témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és a felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása, elemzése.

Irodalom:

Geröcs László, Orosz Gyula, Paróczay József, Szászné Simon Judit: Matematika Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.

**TMOG0503****A tantárgy neve: Elemi matematika (geometria)****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Geometria II.**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő geometriai témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és a felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása, elemzése.

Irodalom:

Czapáry Endre, Czapáry Endréné, Csete Lajos, Hegyi Györgyné, Iványiné Harró Ágota, Morvai Éva, Reiman István: Matematika Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III. Geometriai feladatok gyűjteménye, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.

**TMOG0506****A tantárgy neve: Problémamegoldó szeminárium****0+3 óra, 3 kredit, Gy****Előfeltétele: Matematika szakmódszertan 1.**

Felkészítés a tehetséggondozásra. Problémamegoldási stratégiák megismerése. A stratégiák szerinti csoportosításban önálló feladatmegoldás a matematika különböző területeihez kötődően. A metakognitív képességek fejlesztése a feladatok megoldásának bemutatásán keresztül.

Irodalom:

Pólya György: A gondolkodás iskolája, Gondolat, Budapest, 1977.

Általános és középiskolai versenyek feladatai

**TMOE0504****A tantárgy neve: Matematika szakmódszertan 1.****2+0 óra, 2 kredit, K****Előfeltétele: Bevezetés az algebra és számelméletbe, Bevezetés az analízisbe, Geometria I.**

A matematika mint tantárgy didaktikai céljai és feladatai. A Nemzeti Alaptanterv és az erre épülő kerettanterv felépítése: fejlesztési feladatok, tematikai egységek, ismeretek rendszere. A természetes szám és az alpműveletek értelmezése, a permanencia elven alapuló számkörbővítés. A számelmélet elemei. Az algebrai gondolkodásmód kialakítása. A relációk, függvények, sorozatok fogalmának megértése, a fejlesztés szintjei. Az egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer mint a matematikai modellezés eszközei. A geometriai gondolkodás szintjei. A geometria alapvető fogalmainak, eljárásainak kialakítása, a geometriai szemléletmód fejlesztésének lehetőségei. A statisztikai és valószínűségi szemléletmód sajátosságai. A halmazok, logika, kombinatorika és a gráfelmélet szerepe a helyes matematikai gondolkodási módszerek elsajátításában.

Irodalom:

NAT

Kerettanterv

Tankönyvek

**TMOG0505****A tantárgy neve: Matematika szakmódszertan 2.****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Matematika szakmódszertan 1.**

A matematika didaktikai kutatások főbb irányai, a magyar matematikatanítás vázlatos története, hagyományai. Munkaszervezési formák, motivációs lehetőségek, a tanulást és tanítást segítő eszközök megismerése. A tanulók differenciált oktatásának kérdései. A mérés és értékelés adekvát módjai. A hétköznapi matematika tanításának lehetőségei, projekt módszer, kooperatív technikák. A problémamegoldó gondolkodás lépései, stratégiái, tanításának lehetséges módjai.

Irodalom:

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

## **Középiskolai tanárszak önálló képzési szakasz:**

**TMOE0113, TMOG0113**

**A tantárgy neve: Algebra**

**3+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Bevezetés az algebrába és számelméletbe**

Algebrai struktúrák, faktorstruktúrák, homomorfizmusok. A csoportelmélet alapfogalmai, Lagrange-tétel. Permutációcsoportok, Cayley-tétel. Csoportok hatása halmazokon. Csoportkonstrukciók, a véges Abel-csoportok alaptétele. Gyűrűelméleti alapfogalmak. Kommutatív gyűrűk ideáljai és oszthatósági kérdései. Egyértelmű prímfaktorizáció integritástartományokban. Főideálgyűrűk, euklideszi gyűrűk. Testbővítések. Véges testek.

Irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, JATEPress, 1998.

Fuchs László: Algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

**TMOE0112**

**A tantárgy neve: Számelmélet II.**

**2+1 óra, 4 kredit, K**

**Előfeltétele: Számelmélet I., Algebra**

Hatványmaradékok, Legendre-szimbólum, Jacobi-szimbólum, kvadratikus reciprocitás. Gauss-egészek, a két négyzetszám-tétel, természetes számok előállítása négyzetszámok összegeként. A geometriai számelmélet elemei, Minkowski tétele konvex testek rácsponjtjairól és alkalmazásai. Diofantikus problémák, pitagoraszai számhármások, a Fermat-féle egyenlet. Irracionális és algebrai számok approximációja racionális számokkal. A geometria szerkeszthetőség alapjai.

Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, 1996.

D. Redmond: Number Theory, Marcel Decker, 1996.

**TMOE0204, TMOG0204**

**A tantárgy neve: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

**3+3 óra, 7 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

A Banach-féle fixponttétel. Lineáris leképezések. A Fréchet-derivált, lánc-szabály, differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicitfüggvény tétel. További deriváltfogalmak, a Fréchet-derivált reprezentációja. Folytonos differenciálhatóság és folytonos parciális differenciálhatóság, a differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabbrendű deriváltak, Schwarz-Young-tétel, Taylor-tétel. Lokális szélsőérték és Fermat-elv, a szélsőérték másodrendű feltétele. Riemann-integrál fogalma, műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemann-integrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai, integrálás Jordan-mérhető halmazokon. Fubini-tétel normáltartományokon, integráltranszformáció. Korlátos változású függvények, totális variáció, Jordan dekompozíciós tétele. A Riemann-Stieltjes-integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. A Riemann-Stieltjes-integrálhatóság elegendő feltétele és az integrál kiszámítása. Görbementi integrál, potenciálfüggvény és primitív függvény. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I.-II., Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.

Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, 2001.

Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter: Analízis II., Tankönyvkiadó, 1988.

Székelyhidi László: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása, Palotadoktor Bt., 2012.

**TMOE0211, TMOG0211**

**A tantárgy neve: Alkalmazott és komplex analízis, differenciálegyenletek**

**2+2 óra, 4 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Nevezetes aszimptotikus becslések: a Wallis-formula és a Stirling-formula. Folytonos függvények zérushelyeinek közelítő meghatározása: intervallumfelezés, szelőmódszer, húrmódszer; a Newton-féle gyökkereső algoritmus. Komplex elemi függvények. Komplex változós függvények differenciálhatósága. Holomorf függvények, egész függvények. Az algebra alaptétele. Elemi úton megoldható közönséges differenciálegyenletek: szeparábilis és lineáris egyenletek. A másodrendű állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet. Alkalmazások. Fraktálok konstrukciója és dimenziója.

Irodalom:

Kósa András, Schipp Ferenc, Szabó Dániel: Közönséges differenciálegyenletek I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.

Lajkó Károly: Differenciálegyenletek, Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, 2002.

J. Duncan: Bevezetés a komplex függvénytanba, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.

Konrad Knopp: Theory and Application of Infinite Series, Blackie & Son Ltd., Glasgow, 1928.

J. Havil: Gamma: Exploring Euler's Constant, Princeton University Press, 2003.

**TMOE0351, TMOG0351****A tantárgy neve: Bevezetés a projektív geometriába****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: nincs**

Az euklideszi sík affin transzformációi, tengelyes affinitások. A kör affin képe. Ellipszissel kapcsolatos szerkesztések. Az euklideszi sík és tér projektív bővítései. Perspektívák és projektívítások. Kettősviszony, Papposz tétele. Centrális kollineációk és alkalmazásai. A projektív geometria analitikus modellje. A másodrendű görbék projektív elmélete, Pascal, Brianchon és Steiner tételei.

**Irodalom:**

Bácsó Sándor, Papp Ildikó, Szabó József: Projektív geometria, MobiDIÁK, Debrecen, 2004.

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.

**TMOE0307, TMOG0307****A tantárgy neve: Geometriák és modelljeik****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Geometria II.**

A projektív síkok axiómái. Véges modellek. A projektív sík (valós) analitikus modellje, homogén koordináták. Kettősviszony. A Papposz-Steiner tétel. A projektív transzformációk csoportja. Az euklideszi geometria axiomatikus felépítése. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Euklideszi vektorterek, az euklideszi geometria analitikus modellje, az ortogonális transzformációk. A hiperbolikus párhuzamossági axióma. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele. A hiperbolikus geometria modelljei. Egybevágósági transzformációk modelleken. Transzformációcsoportok. Az erlangen program.

**Irodalom:**

Radó Ferenc, Orbán Béla: A geometria mai szemmel, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1981.

Reiman István: A geometria és határterületei, Gondolat, Budapest, 1986.

Appendix–A tér tudománya, szerk.: Kárteszi Ferenc, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973.

G. Horváth Ákos, Szirmai Jenő: Nemeuklideszi geometriák modelljei, Typotex, Budapest, 2004.

**TMOE0305, TMOG0305****A tantárgy neve: Differenciálgeometria****2+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: Lineáris algebra I., Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Az érintősík. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok, geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága. Párhuzamos eltolás felületen.

**Irodalom:**

Szökefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.

Kurusa Árpád: Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, Szeged, 1999.

B. O'Neill: Elementary Differential Geometry, Academic Press, 1997.

**TMOE0108, TMOG0108****A tantárgy neve: Kombinatorika****3+2 óra, 5 kredit, K, Gy****Előfeltétele: nincs**

Binomiális és polinomiális tétel. Alapvető leszámplási eljárások. Szitaformula. Generátorfüggvények módszere. Rekurzív sorozatok. Gráfelméleti alapfogalmak. Speciális gráfok, tulajdonságaik. Gráfok színezése, az ötszintétel. Páros gráfok és független érendszerek, párosítási algoritmusok, Kőnig tétele. Euler-vonal, Hamilton-kör. Síkba rajzolható gráfok jellemzése. Fák, Kruskal-algoritmus. Lineáris algebra és gráfok. Algoritmikus és bonyolultsági kérdések a kombinatorikában és gráfelméletben.

**Irodalom:**

Andrásfai Béla: Gráfelmélet, Polygon, 1994.

Reinhard Diestel: Graph Theory, Springer, 2000.

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 1997.

Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 1997.

Lovász László: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex Kiadó, 1999.

### **TMOE0413**

**A tantárgy neve: Alkalmazott valószínűségszámítás**

**2+0 óra, 3 kredit, K**

**Előfeltétele: Bevezetés a valószínűségszámításba**

Sztochasztikus modellek és statisztikai vizsgálatuk. Véletlen bolyongás (arkusz szinusz törvény, nagy eltérések, iterált logaritmus tétel, tönkreemenési problémák). Diszkrét idejű folyamatok: Markov-láncok. Folytonos idejű folyamatok: Markov-láncok. Pontfolyamatok (Poisson-folyamat). Felújítási folyamatok. Elágazó folyamatok (Galton-Watson-folyamat, folytonos idejű Markov-féle elágazó folyamat). Sorbanállási modellek (stacionárius születési-kihalási, sorbanállási rendszerek).

Irodalom:

W. Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

S. Karlin, H. M. Taylor: Sztochasztikus folyamatok, Gondolat Kiadó, 1985.

### **TMOG0507**

**A tantárgy neve: Középiskolai versenyfeladatok**

**0+3 óra, 3 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Problémamegoldó szeminárium**

A középiskolai versenyek rendszere. A KÖMAL folyóirat, valamint a korosztályos matematikaversenyek kitűzött feladatainak figyelemmel kísérése, megoldása. Középiskolai versenyfeladatok és sajátos megoldási módszereik. Speciális egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségrendszerek, függvényegyenletek. Kongruenciák, számelméleti függvények. Geometriai bizonyítások. A binomiális tétel és a Pascal-háromszög. Szélsőérték feladatok megoldása különböző módszerekkel. Egyváltozós függvények differenciálhányadosának és Riemann-integráljának alkalmazása. Összetettebb valószínűségszámítási, statisztikai feladatok.

Irodalom:

KÖMAL folyóirat aktuális példányai

Arany Dániel versenyek feladatai

OKTV feladatok

Gordiusz versenyek feladatai

### **TMOG0508**

**A tantárgy neve: Matematikatanítás a középiskolában 1.**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Matematika szakmódszertan 2.**

A tanítandó ismeretek, a fejlesztési feladatok tervezése a középiskolában. Az egyes tematikai egységek tanításának nehézségei. A számfogalom kialakítása a természetes számoktól a komplex számokig. Műveletvégzés algebrai kifejezésekkel. Az egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer fogalmának elmélyítése, többféle különböző megoldási mód megismerése, a megfelelő kiválasztása. Az analízis elemeinek tanítása. Az euklideszi geometria felépítése, az axiomatikus gondolkodás jellemzői. Vektorok a szintetikus geometriában, a trigonometriában és a koordinátageometriában. A kombinatorika, gráfelmélet, a matematikai logika elemeinek tanítása, ezek tudatos alkalmazása a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése során. A valószínűségszámítás és a statisztika elemeinek tanítása a középiskolában.

Irodalom:

NAT

Kerettanterv

Tankönyvek

Pálfalvi Józsefné: Matematika didaktikusan, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

### **TMOG0509**

**A tantárgy neve: Matematikatanítás a középiskolában 2.**

**0+2 óra, 2 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Matematikatanítás a középiskolában 1.**

A fogalmak tanításának általános kérdései, definiálási módok. A tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései, bizonyítási stratégiák és technikák a középiskolában. A kreatív és az algoritmikus gondolkodás sajátosságai, szerepük a problémamegoldó gondolkodás fejlesztésében. A matematikai problémák osztályozása, problémamegoldási stratégiák tanítása. Az alkalmazásorientált matematikaoktatás lehetőségei a középiskolában, a tantárgyak közötti koncentráció lehetőségei. A digitális technológiák alkalmazási lehetőségei a középiskolai matematikaoktatásban.

Irodalom:

Ambrus András: Bevezetés a matematikadidaktikába, ELTE Eötvös Kiadó, 2005.

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

Richard Skemp: A matematikatanulás pszichológiája, Gondolat Kiadó, Budapest, 1975.

## Általános iskolai tanárszak önálló képzési szakasz:

### **TMOE0114, TMOG0114**

**A tantárgy neve: Fejezetek az algebrából és a kombinatorikából**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Számelmélet I.**

A csoportelmélet alapjai, Lagrange-tétel, permutációcsoportok és Cayley-tétel. Integritástartományok, euklideszi gyűrűk. Testbővítések és alkalmazásai alapjai, geometriai szerkeszthetőség, egyenletek megoldhatósága gyökképlettel. Gauss-egészek, két négyzetszám-tétel. Hatványmaradékok, kvadratikus reciprocitás. A kombinatorika alapjai, alapvető leszámítási eljárások, binomiális együtthatók, binomiális és polinomiális tétel, gráfelméleti alapok.

Irodalom:

Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, Polygon, 2004.

Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

### **TMOE0212, TMOG0212**

**A tantárgy neve: Fejezetek a klasszikus analízisből**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Differenciál- és integrálszámítás**

Nevezetes aszimptotikus becslések: a Wallis-formula és a Stirling-formula. Folytonos függvények zérushelyeinek közelítő meghatározása: intervallumfelezés, szelőmódszer, húrmódszer; a Newton-féle gyökkereső algoritmus. Elemi úton megoldható közönséges differenciálegyenletek: szeparábilis és lineáris egyenletek. Alkalmazások (szaporodási és bomlási folyamatok). Az  $n$  dimenziós euklideszi tér. Sorozatok  $\mathbf{R}^n$ -ben. Topológiai alapismeretek  $\mathbf{R}^n$ -ben. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága, a folytonos függvények alapvető tulajdonságai. Fraktálok konstrukciója és dimenziója. Többváltozós függvények parciális deriváltjai. Szélsőértékszámítás. Szukcesszív integrálás. Terület- és térfogatszámítás. Görbék és ívhosszuk.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I.–II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2001.

Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter: Analízis II., Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

J. Havil: Gamma: Exploring Euler's Constant, Princeton University Press, 2003.

### **TMOE0307, TMOG0307**

**A tantárgy neve: Geometriák és modelljeik**

**2+2 óra, 5 kredit, K, Gy**

**Előfeltétele: Geometria II.**

A projektív síkok axiómái. Véges modellek. A projektív sík (valós) analitikus modellje, homogén koordináták. Kettősviszony. A Papposz-Steiner tétel. A projektív transzformációk csoportja. Az euklideszi geometria axiomatikus felépítése. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Euklideszi vektorterek, az euklideszi geometria analitikus modellje, az ortogonális transzformációk. A hiperbolikus párhuzamossági axióma. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele. A hiperbolikus geometria modelljei. Egybevágósági transzformációk modelleken. Transzformációcsoportok. Az erlangeni program.

Irodalom:

Radó Ferenc, Orbán Béla: A geometria mai szemmel, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1981.

Reiman István: A geometria és határterületei, Gondolat, Budapest, 1986.

Appendix–A tér tudománya, szerk.: Kárteszi Ferenc, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973.

G. Horváth Ákos, Szirmai Jenő: Nemeuklideszi geometriák modelljei, Typotex, Budapest, 2004.

### **TMOG0510**

**A tantárgy neve: Általános iskolai versenyfeladatok**

**0+3 óra, 3 kredit, Gy**

**Előfeltétele: Problémamegoldó szeminárium**

A felsőtagozatos matematikaversenyek rendszere. Az ABACUS folyóirat, valamint a korosztályos matematikaversenyek kitűzött feladatainak figyelemmel kísérése, megoldása. Általános iskolai versenyfeladatok és sajátos megoldási módszereik. Skatulyaelv, középtértékre vonatkozó egyenlőtlenségek, szélsőértékfeladatok. Elemi függvények, függvénytranszformációk alkalmazása. Valószínűségi kísérletek, kombinatorikus és geometriai valószínűség. Matematikai fejtörők, játékok.

Irodalom:

ABACUS folyóirat aktuális példányai

Varga Tamás versenyek feladatai

Zrínyi Ilona versenyek feladatai

**TMOG0511****A tantárgy neve: Matematikatanítás az általános iskolában 1.****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Matematika szakmódszertan 2.**

A tanítandó ismeretek, a fejlesztési feladatok tervezése a felső tagozaton. Az egyes tematikai egységek tanításának nehézségei. Az absztrakt műveletfogalom megjelenése. A negatív számok és a törtek értelmezése. Műveletvégzés a racionális számok halmazán. Az aritmetikai és az algebrai gondolkodásmód közötti átmenet elősegítése. Stabil geometriai fogalomrendszerek kiépítése. Függvényszemlélet a geometriában, geometriai transzformációk. A geometriai mérésekhez kötődő fogalmak értelmezése, megerősítése. Kombinatorikai, valószínűségi, stratégiai játékok, kísérletek.

Irodalom:

NAT

Kerettanterv

Tankönyvek

Pálfalvi Józsefné: Matematika didaktikusan, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

**TMOG0512****A tantárgy neve: Matematikatanítás az általános iskolában 2.****0+2 óra, 2 kredit, Gy****Előfeltétele: Matematikatanítás az általános iskolában 1.**

A fogalmak tanításának alapkérdései, definiálási módok a felsőtagozaton. A felfedezettő matematikatanítás, az érvelés, indoklás és a bizonyítási igény fejlesztése. A problémamegoldási képesség fejlesztésének lehetőségei a felsőtagozaton. A szöveges feladatok osztályozása, megoldási lépések. A digitális technológiák alkalmazási lehetőségei a felső tagozatos matematikaoktatásban. Az alkalmazásorientált matematikaoktatás lehetőségei a felsőtagozaton, a tantárgyak közötti koncentráció kérdései.

Irodalom:

Ambrus András: Bevezetés a matematikadidaktikába, ELTE Eötvös Kiadó, 2005.

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

Richard Skemp: A matematikatanulás pszichológiája, Gondolat Kiadó, Budapest, 1975.