

Osztatlan matematikatanár képzés zárószigorlat 2013-2016 között kezdőknek

Közép- és általános iskolai matematikatanár képzés, közös szakasz

1. Számelmélet

Lineáris kongruenciák, lineáris diofantoszi egyenletek. Szimmetrikus polinomok. Kvadratikus maradékok. Számelméleti függvények. Prímszámok és tulajdonságaik. Algebrai számok, transzcendens számok.

2. Algebra alapjai

Az algebra alaptétele. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció a komplex test feletti polinomgyűrűben. Irreducibilis polinomok a racionális, valós és komplex együtthatós polinomok gyűrűjében. Gyűrű feletti polinomgyűrűk. Többhatározatlanú polinomok gyűrűje, szimmetrikus polinomok. Hányadostest. Test feletti racionális függvénytest.

3. Lineáris algebra

Vektortér, bázis, dimenzió. Determinánsok és tulajdonságaik, kifejtési tétel. Mátrixműveletek, mátrixok inverze. Lineáris egyenletrendszerek, Cramer-szabály. Lineáris transzformációk, sajátértékek, sajátvektorok.

4. Határértékszámítás

Sorozatok határértéke, konvergencia kritériumok. Függvénysorozatok és függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Hatványsorok; a Cauchy–Hadamard-tétel. Elemi függvények. Egyváltozós függvények határértéke és folytonossága, átviteli elv, folytonos függvények tulajdonságai. A Bolzano-Weierstrass-tétel és a Heine-Borel-tétel. Kompaktság és folytonosság, összefüggőség és folytonosság kapcsolata.

5. Differenciálszámítás

Egyváltozós függvények differenciálhányadosa, differenciálási szabályok. Függvényvizsgálat (monotonitás, szélsőérték számítás, konvexitás). Differenciálszámítás középértéktételei.

6. Integrálszámítás

Egyváltozós függvények határozatlan és határozott integrálja. Integrálási szabályok. Newton-Leibniz-formula. Lebesgue-kritérium. Improprius integrál

7. Geometria I

Térelemek kölcsönös helyzete. A párhuzamos szelők tételei, háromszögek hasonlósága. Egybevágósági transzformációk. Az euklideszi sík izometria csoportja. A térizometriák áttekintése. Hasonlósági transzformációk síkban és térben. A területmérés és kerületmérés. Jordan-mérték. A kör és részeinek területe. Térfogatmérés. Cavalieri elv. A gömb és részeinek térfogata. Euklideszi szerkesztések.

8. Geometria II

Görbék, felületek. Vonalfelületek, forgásfelületek, másodrendű felületek. Sík, henger, forgáskúp és gömb. Konvex poliéderek. Euler-tétel. Affin geometria. Az affin párhuzamossági axióma. Desargues-tételek. Affin transzformációk. Fixponttételek. A projektív sík vektortér modellje. Projektív transzformációk. Projektív Desargues és Papposz tétel.

9. Valószínűségszámítás

Klasszikus valószínűségi mező, kombinatorikus és geometriai valószínűség. Feltételes valószínűség, események függetlensége. Valószínűségi változók, eloszlások, sűrűségfüggvény. Várható érték, szórás. Nevezetes eloszlások. A nagy számok törvénye, egyszerű véletlen minta határeloszlása. Bolyongási problémák.

Középiskolai matematikatanár képzés, önálló szakasz

10. Kombinatorika és gráfelmélet

Permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális és polinomiális tétel. Műveletek permutációkkal. Szitaformula. Síkba rajzolható gráfok. Euler-féle poliéder tétel. Euler vonal, Hamilton kör. Gráfok csúcsainak és éleinek színezése, kromatikus szám, kromatikus polinom, kromatikus index.

11. Számelmélet II

Legendre-szimbólum, Jacobi-szimbólum, kvadratikus reciprocitás. Természetes számok előállítása négyzetszámok összegeként. A geometriai számelmélet elemei, Minkowski tétele konvex testek rácspontjairól és alkalmazásai. Diofantikus problémák, Pitagorasz számhármassok, a Fermat-féle egyenlet. Diofantikus approximáció. A geometria szerkeszthetőség alapjai.

12. Algebra

Csoportok, részcsoportok, Lagrange-tétel, permutációcsoportok, Cayley-tétel. Direkt szorzat. Véges Abel csoportok alaptétele. Normálosztók, faktorcsoport. Homomorfizmus tétel. Oszthatósági fogalmak integritási tartományokban, euklideszi gyűrűk. Testbővítések, felbontási test. Geometriai szerkesztésekkel kapcsolatos problémák.

13. Többváltozós függvények differenciálszámítása

Differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicit függvény tétel. A differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabb rendű deriváltak. Lokális szélsőérték és Fermat-elv; a szélsőérték másodrendű feltétele.

14. Többváltozós függvények integrálszámítása

Riemann-integrál fogalma; műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemann integrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai. Riemann–Stieltjes integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. Görbementi integrál. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

15. Projektív geometria

Az euklideszi sík projektív bővítése. Perspektivitások és projektivitások. Kettősviszony, Papposz tétele. Centrális kollineációk és alkalmazásaik. A másodrendű görbék projektív elmélete, Pascal, Brianchon és Steiner tételei.

16. Geometriák és modelljeik

Az euklideszi geometria axiomatikus felépítése. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Euklideszi vektorterek, az euklideszi geometria analitikus modellje, az ortogonális transzformációk. A hiperbolikus párhuzamossági axióma. A hiperbolikus

síkgeometria néhány elemi tétele. A hiperbolikus geometria modelljei. Egybevágósági transzformációk modelleken. A gömbi geometria elemei.

17. Differenciálgeometria

Görbék, görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek. Az érintősík. Mérés a felületen. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Görbe menti párhuzamos eltolás felületen. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikuskok.

Általános iskolai matematikatanár képzés, önálló szakasz

20. Algebra

A csoportelmélet alapjai, Lagrange-tétel, permutációcsoportok és Cayley-tétel. Integritástartományok, euklideszi gyűrűk. Testbővítések és alkalmazásaik alapjai, geometriai szerkeszthetőség, egyenletek megoldhatósága gyökképlettel.

21. Geometriák és modelljeik

Az euklideszi geometria axiomatikus felépítése. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Euklideszi vektorterek, az euklideszi geometria analitikus modellje, az ortogonális transzformációk. A hiperbolikus párhuzamossági axióma. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele. A hiperbolikus geometria modelljei. Egybevágósági transzformációk modelleken. A gömbi geometria elemei.

22. Fejezetek az analízisből

Folytonos függvények zérus-helyeinek közelítő meghatározása. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága. Többváltozós függvények parciális deriváltjai, differenciálhatósága. Szélsőérték-számítás. Szukcesszív integrálás. Terület- és térfogatszámítás. Görbék és ívhosszuk. Elemi úton megoldható közönséges differenciál-egyenletek: szeparábilis és lineáris egyenletek.