

Záróvizsga
a matematika alapképzési (BSc) szakon
(2013 vagy későbbi kezdéssel)

A záróvizsgán a hallgató

1. megvédi szakdolgozatát,
 2. felel az alábbi tételsor kihúzott tételéből.
- Mindkét részt érdemjeggyel értékeljük.

Záróvizsga tételsor

Polinomok

Az algebra alaptétele. Irreducibilis polinomok. Parciális törtekre bontás. Szimmetrikus polinomok.

Mátrixszámítás

Determináns, kifejtési tétel. A mátrixok algebrája, invertálhatóság, rang. Lineáris egyenletrendszerek, megoldhatóság, Cramer-szabály.

Lineáris algebra

Vektortér, bázis, dimenzió, alterek. Direkt összeg. Lineáris leképezések, transzformációk, mátrixuk. Képtér, magtér. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom.

Számelmélet

A számelmélet alaptétele. Lineáris kongruenciák, diofantikus egyenletek. Számelméleti függvények. Prímszámok és tulajdonságaik A geometriai számelmélet elemei, rácsok, a Minkowski-tétel és alkalmazásai.

Csoportelmélet

Lagrange-tétel. Permutációcsoportok, Cayley-tétel. Véges Abel-csoportok alaptétele.

Gyűrűelmélet

Integritástománnyal hányadostest. Egyértelmű prímfaktorizáció. Főideálgyűrűk, euklideszi gyűrűk. Testbővítések.

Kombinatorika, gráfelmélet

Binomiális és polinomiális tétel. Szitaformula. Speciális gráfok, tulajdonságaik. Gráfok színezése, az ötszintűtétel. Euler-vonal, Hamilton-kör. Síkba rajzolható gráfok jellemzése.

Határérték

Számsorozatok. Bolzano-Weierstrass-tétel, Cauchy-féle konvergencia kritérium. Számsorok. Határérték és folytonosság, folytonos függvények. Függvénysorozatok és függvény sorok. Hatványsorok, elemi függvények.

Differenciálszámítás

Egyváltozós valós függvények differenciálása. Középértéktételek. Határfüggvény és összegfüggvény differenciálása. Taylor-sorok. Függvényvizsgálat.

Integrálszámítás

Primitív függvény. Riemann-integrál. Integrálhatósági feltételek. A Newton–Leibniz formula. Az integrálfüggvény folytonossága, differenciálhatósága.

Többváltozós függvények

Többváltozós függvények határértéke, folytonossága. Többváltozós függvények differenciálszámítása. Iránymenti és parciális derivált. A differenciálhatóság elegendő feltétele. Szélsőértékszámítás. Integrálfogalmak többváltozós függvényekre.

Mértékelmélet *(csak az alkalmazott és gazdasági matematikus, illetve a matematikus szakirány hallgatói részére)*

Lebesgue-mérték. Mérhető függvények. A Lebesgue-integrál. A Riemann- és a Lebesgue-integrál kapcsolata. Fubini tétele.

Differenciálegyenletek

A közönséges differenciálegyenletek elméletének alapfogalmai: n -edrendű explicit differenciálegyenletek, elsőrendű n -dimenziós explicit differenciálegyenlet-rendszerek, Cauchy-feladat, átviteli elv. Elemi megoldási módszerek.

Elemi geometria

Az abszolút geometria axiomatikus felépítése és alapvető fogalmainak bevezetése. Euklideszi párhuzamosság. A párhuzamos szelők tétele. Terület- és térfogtmérték az euklideszi síkban és térben.

\mathbb{R}^n euklideszi struktúrája

Mérés a valós euklideszi térben (a kanonikus skaláris szorzat, norma, szög, távolság). Egyenesek és hipersíkok. Geometriai transzformációk analitikus leírása: affin transzformációk, hasonlóságok és izometriák. Fixponttételek.

Projektív geometria

Affin és projektív illeszkedési síkok és modelljeik. Az affin sík projektív lezárása. A valós projektív sík: Desargues tétele, projektív transzformációk és a kettősviszony.

Konvex geometria I.

Konvex halmazok, konvex burok, Caratheodory tétele, Helly tétele. Konvex poliéderek, Euler poliédertétele, szabályos poliéderek.

Konvex geometria II. *(csak a matematikus szakirány hallgatói részére)*

Helly tétele és alkalmazásai. Elválasztási tételek. Támaszhipersíkok és a konvexitás külső jellemzése: a támaszhipersíkok egzisztenciátétele. Extremális pontok, a Krein-Milman-tétel. Poláris halmazok, konvex politópok és az előállítási tétel: csúcsok, lapok, élek.

Görbék differenciálgeometriája

Differenciálható görbék. Érintő egyenes, simulósík. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele.

Felületek differenciálgeometriája

Felületek az euklideszi térben. A felület metrikus alapformája. Normálgörcbület, főgörcbületek, főirányok, szorzat- és összeggörcbület.

Valószínűségszámítás *(csak az alkalmazott és gazdasági matematikus, illetve a matematikus szakirány hallgatói részére)*

Kolmogorov-féle valószínűségi mező. Eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Függetlenség. Várható érték. Szórás, kovarianciamátrix. Medián. Nagy számok gyenge és erős törvényei. A centrális határeloszlás-tétel.

Statisztika *(csak az alkalmazott és gazdasági matematikus, illetve a matematikus szakirány hallgatói részére)*

Statisztikai minta. Pontbecslések: torzítatlanság, hatásosság, megengedhetőség, minimaxitás. Becslési módszerek: momentum-módszer, maximum-likelihood becslés. Hipotézisvizsgálat. Khi-négyzet próbák.

Valószínűségszámítás *(csak a tanári szakirány hallgatói részére)*

Eseményalgebrák. Klasszikus valószínűségi mező. Feltételes valószínűség, események függetlensége. Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Valószínűségi változó, eloszlás- és sűrűségfüggvény, várható érték, szórás, medián. Nevezetes diszkrét és folytonos eloszlások. Nagy számok törvénye.

Numerikus matematika *(csak az alkalmazott és gazdasági matematikus szakirány hallgatói részére)*

Függvények közelítése: interpoláció és legkisebb négyzetes közelítés. Közelítő integrálás. Lineáris és nemlineáris egyenletek és egyenletrendszerek iterációs megoldása.