

# Záróvizsga tételsor

## alkalmazott matematikus MSc

A tételsor két részből áll: a törzsanyag tételekből és a szakirány tételekből. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a másik csoportba tartozó egyik tételből ad a bizottság egy kisebb fejezetet, melyet külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. (A záróvizsgajegy a két tételből nyújtott teljes felelet alapján kerül megállapításra. Ha a vizsgázó bármelyik tételét nem tudja, a záróvizsgajegy elégtelen.)

A vizsgázó a záróvizsgára történő jelentkezéssel egyidőben az erre a célra rendszeresített űrlapon a törzsanyag tételek (1.-9. tételek) közül ötöt kiválaszt (a szakiránynak megfelelően néhány tétel választása kötelező), az űrlapot aláírva a Matematikai Intézet irodájában adja le. Ez a lap a záróvizsgán a bizottsághoz kerül, törzsanyag tétel csak a megjelölt tételek közül húzható, valamint törzsanyaghoz tartozó kérdés is csak a megjelölt tételekből adható.

### Törzsanyag tételek

#### 1. Véges testek és alkalmazásai

Véges testek alaptulajdonságai, karakterisztika, elemszám, résztestek, létezés és egyértelműség. Véges testek multiplikatív csoportja, primitív elem. Körosztási polinomok, irreducibilis polinomok, polinomok felbontása véges testek felett. Kódelméleti alkalmazások.

#### 2. Gráfelmélet

Gráfok színezése, kromatikus szám, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index. Független, lefogó csúcshalmazok és élhalmazok. Párosítások, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban.

#### 3. Konvex optimalizálás

Szeparációs és elválasztási tételek konvex halmazokra és konvex függvényekre, következmények. Konvex függvények iránymenti deriváltja és szubgradiense, kalkulus szabályok. Konvex programozási feladatok, Kuhn-Tucker-tétel.

#### 4. Diszkrét optimalizálás

Hozzárendelési probléma, magyar módszer. Halmazlefedési probléma. Kínai postás probléma. Utazó ügynök probléma metrikus és nem metrikus esete. Maximális folyamok hálózatokban, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel.

#### 5. Ortogonális polinomok

Fourier-sorok Hilbert-terekben. Trigonometrikus Fourier-sorok pontonkénti konvergenciája. Fejér tétele. Ortogonális polinomok tulajdonságai, ortogonális polinomok szerint vett Fourier-sorok pontonkénti konvergenciája.

#### 6. Közönséges differenciálegyenletek

A stabilitás alapfogalmai, lineáris differenciálegyenletek stabilitása, Ljapunov-függvények. Lineáris peremérték-feladatok, Green-függvény. A variációszámítás alapjai, Euler-Lagrange-egyenlet.

#### 7. Parciális differenciálegyenletek

Lineáris és kvázilineáris másodrendű parciális differenciálegyenletek osztályozása, kanonikus alakja. Elliptikus, parabolikus és hiperbolikus egyenletekre vonatkozó feladatok (kezdeti érték feladatok, peremérték feladatok, maximum tétel).

## 8. Sztochasztikus folyamatok

Kolmogorov-féle alaptétel. Gauss-folyamatok, Wiener-folyamatok és tulajdonságaik. Martingálok, nevezetes egyenlőtlenségek, konvergenciatételek.

## 9. Algoritmusok

Szélességi és mélységi keresés. Legrövidebb utak keresése (Dijkstra-, Bellman-Ford-, Floyd-Warshall-algoritmus). Minimális feszítőfák (Kruskal-, Prim-, Borůvka-algoritmus). Valószínűségi és determinisztikus prímtesztek.

---

## Szakirány tételek (pénzügyi matematika szakirány)

### 10. Többváltozós statisztika

Főkomponens analízis, faktoranalízis, osztályozási módszerek (maximum likelihood és Bayes-döntés), klaszteranalízis (hierarchikus eljárások és k-közép módszer).

### 11. Származtatott értékpapírok

Származtatott értékpapírok, határidős ügyletek és opciós szerződések. Határidős ügyletek árazása, opciós díjak alaptulajdonságai (tényezők, korai lehívás, korlátok, put-call paritás). Görögök, Monte Carlo szimuláció opciós díjak meghatározására.

### 12. Diszkrét idejű piacok

Diszkrét idejű piacok, bináris piacok, kereskedési stratégiák. Ekvivalens martingálmértékek, arbitrázmentesség és piaci teljesség fogalma, karakterizációja, opcióárazási alaptételek diszkrét idejű piacokon.

### 13. Hasznosság- és portfólióelmélet

Hasznosság és várható hasznosság (Arrow-Debreu-tétel és Neumann-Morgenstern-tétel), kockázatkerülés és mértéke. Optimális hasznosságú portfóliók. Mean-variance portfólióanalízis, hatékony portfóliók görbéje, tőkepiaci egyenes.

### 14. Biztosítási matematika és kockázati mértékek

Egyéni és összetett kockázat modellje, eljárások az összkár eloszlásának meghatározására és becslésére. Kárszámmodellek,  $(a,b,0)$ -típusú eloszlások, jellemzésük. Kockázati mértékek, kvantilis, Value at Risk, Expected shortfall és tulajdonságai.

### 15. Idősorok elemzése

Gyengén stacionárius folyamatok. Autokorreláció és parciális autokorreláció függvény. Wold-felbontás, lineáris idősormodellek, ARIMA folyamatok. Idősorok modellezése és előrejelzése ARIMA folyamatokkal, a Box-Jenkins-módszer.

### 16. Black-Scholes piac

A részvényárfolyamat modellezése folytonos időben, Ito-folyamatok alapjai, Ito-formula. Black-Scholes-modell, volatilitás és becslése, Black-Scholes-egyenlet és árazási formula.

### 17. Ökonometria

A standard lineáris modell feltételrendszere, hipotézisvizsgálat a standard lineáris modellben. A paraméterbecslések stabilitásának tesztelése. Heteroszkedaszticitás tesztelése és feloldása: WLS, GLS és FGLS becslések. Példák.

## **Szakirány tételek** (számítástudomány szakirány)

### **18. Adatbányászat**

Adatbányászat fogalma, feladatai, 5-lépcsős folyamata. Mintavételezés, feltárás, módosítás. Módszerek összehasonlítása, statisztikai mutatók, grafikus eszközök. Felügyelt adatbányászat, döntési fák, neurális hálók, regresszió, legközelebbi társ módszer, SVM. Nem-felügyelt adatbányászat, asszociációs szabályok, klaszterezés.

### **19. Kriptográfia és adatbiztonság**

Támadási módszerek az RSA ellen. Elliptikus görbéken alapuló titkosítási rendszerek bemutatása. A Merkle–Hellman és más knapsack problémán alapuló titkosítási rendszerek. Titokmegosztás. Pseudo-véletlen számok generálása.

### **20. WWW és hálózatok matematikája**

A PageRank algoritmus, átmenetmátrixok és tulajdonságaik, a HITS algoritmus. Klaszterezési eljárások, a k-means algoritmus, gráfok klaszterei. Az internet gráfmodelljei, véletlen gráfok, Erdős-Rényi modell, Watts-Strogatz modell, Kleinberg modell, mohó algoritmus navigációra.

### **21. Véges geometria és kódelmélet**

Véges projektív és affin síkok és kombinatorikai tulajdonságaik. Affin és projektív síkok és terek véges test felett. Kollineációk. Ívek, oválisok, Segre tétele. Lineáris kódok kapcsolata véges projektív terek ponthalmazaival.

### **22. Algoritmuselmélet**

Turing-gépek, rekurzív és rekurzív felsorolható nyelvek, algoritmikus eldönthetőség, nevezetes eldönthetetlen nyelvek. Nemdeterminisztikus Turing-gépek, P és NP nyelvosztályok. Polinomiális visszavezetés, NP-teljesség, nevezetes NP-teljes nyelvek.

### **23. Algoritmusok és adatstruktúrák**

Algoritmus fogalma. Példák algoritmusra: lineáris keresés, bináris keresés. Nevezetes adatszerkezetek fogalma, felépítése és kezelése (keresés, beszúrás, törlés): vermek, sorok, láncolt listák, gyökeres fák, hasítóábrák, bináris keresőfák.